

وقل اعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله

والمؤمنون

دليلك في التفاضل والتكامل

دليلك في التفاضل والتكامل

اعداد

محمد صالح الفراجي

كافة الحقوق محفوظة

محمد صالح المنجد

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على المصطفى المختار ☐ ما تدفقت الأنهار ☐ وما تفتحت
الأنهار ☐ وما تمايلت الأشجار ☐ وما كور الليل في النهار ☐ والنهار في الليل والده وصحبه الأطهار

إما بعد :

قدمت لكم في هذا الورقة القواعد الخاصة والعامة للتفاضل والتكامل وهي قواعد تحتاج الى
حفظ فهي طريقك في النجاح والتفوق في الرياضيات عموما والتفاضل والتكامل خصوصا

مراجعا من الله عز وجل أن تكون سببا في طريقكم نحو النجاح والتفوق ..

مع حبنا للعلم والعلم الإسلامي

بعض العلاقات الخاصة

$$* \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$* \sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$* \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$* \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$* \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$* \sin x = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$* \cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$* \cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$* \sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$* \sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$* \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$* \tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$$

$$* \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$* \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

بعض العلاقات الخاصة

$$* \csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

$$* \tan x = \sin x * \sec x$$

$$* \frac{1}{\sin x} = \csc x$$

$$* \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$* \sec^2 x + \csc^2 x =$$

$$* (\sin^2 x + \cos^2 x) \sec^2 x \cos^2 x$$

$$* \cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$* \cos^2 x - \sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x \\ = 1 - 2\sin^2 x$$

$$* \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

DERIVATIVES

Rational Functions

- ❖ مشتقة الثابت = صفر
- ❖ مشتقة قوس مرفوع لقوة = $1 - \text{القوة}$ (القوس) \times مشتقة داخل القوس.
- ❖ مشتقة حاصل ضرب ثابت في دالة = الثابت \times مشتقة الدالة
- ❖ مشتقة حاصل طرح أو جمع دالتين = مشتقة حاصل طرح أو جمع كلتا الدالتين
- ❖ مشتقة حاصل ضرب دالتين = الدالة الأولى \times مشتقة الدالة الثانية + الثانية \times مشتقة الأولى
- ❖ مشتقة حاصل قسمة دالتين = (المقام \times مشتقة البسط - البسط \times مشتقة المقام) \div (المقام)²
- ❖ مشتقة الجذر التربيعي = مشتقة داخل الجذر $\times 2 \sqrt{x}$ الجذر نفسه
- ❖ مشتقة غير الجذر التربيعي معامل قوس مرفوع إلى قوة

DERIVATIVES

Log & Exponential Functions

$$1-) y = c^{ax} \longrightarrow y' = a * c^{ax} \ln c$$

$$2-) y = e^x \longrightarrow y' = e^x$$

$$3-) y = \log_c x \longrightarrow y' = \frac{1}{x \ln c}$$

$$4-) y = \ln x \longrightarrow y' = \frac{dx}{x}$$

$$5-) y = \ln |x| \longrightarrow y' = \frac{dx}{x}$$

$$6-) y = x^x \longrightarrow y' = x^x (1 + \ln x)$$

$$7-) y = [\ln f(x)] \longrightarrow y' = \frac{1}{f(x)} \frac{df}{dx}$$

DERIVATIVES

Trigonometric Functions

$$1-) y = \sin u \rightarrow \dot{y} = \cos u \, du$$

$$2-) y = \cos u \rightarrow \dot{y} = -\sin u \, du$$

$$3-) y = \tan u \rightarrow \dot{y} = \sec^2 u \, du$$

$$4-) y = \cot u \rightarrow$$

$$\dot{y} = -\csc^2 u \, du$$

$$5-) y = \sec u \rightarrow$$

$$\dot{y} = \tan u \cdot \sec u \, du$$

$$6-) y = \csc u \rightarrow$$

$$\dot{y} = -\csc u \cdot \cot u \, du$$

DERIVATIVES

Inverse Trigonometric Functions

$$1-) y = \sin^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$2-) y = \cos^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{-du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$3-) y = \cot^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{-du}{1+u^2}$$

$$4-) y = \csc^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{-du}{u^2-1}$$

$$5-) y = \sec^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{u\sqrt{u^2-1}}$$

$$6-) y = \tan^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{1+u^2}$$

DERIVATIVES

Hyperbolic Functions

$$1-) y = \sinh u \rightarrow \dot{y} = \cosh u$$

$$2-) y = \cosh u \rightarrow \dot{y} = \sinh u$$

$$3-) y = \tanh u \rightarrow \dot{y} = \operatorname{sech}^2 u$$

$$4-) y = \operatorname{coth} u \rightarrow \dot{y} = -\operatorname{csch}^2 u$$

$$5-) y = \operatorname{sech} u \rightarrow \dot{y} = -\operatorname{sech} u \tanh u$$

$$6-) y = \operatorname{csch} u \rightarrow \dot{y} = -\operatorname{csch} u \operatorname{coth} u$$

وتسمى مشتقات الدوال الزائدية

DERIVATIVES

Inverse Hyperbolic Functions

مشتقات معكوس الدوال الزائدية

$$1-) y = \sinh^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{\sqrt{1+u^2}}$$

$$2-) y = \cosh^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{\sqrt{u^2-1}}$$

$$3-) y = \tanh^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{1-u^2}$$

$$4-) y = \coth^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{du}{1-u^2}$$

$$5-) y = \operatorname{csch}^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{-du}{|u|\sqrt{1-u^2}}$$

$$6-) y = \operatorname{sech}^{-1} u \rightarrow \dot{y} = \frac{-du}{u\sqrt{1-u^2}}$$

INTEGRALS

Rational Functions

تکامل الدوال

$$1-) \int du = u(x) + c$$

$$2-) \int a u(x) dx = a \int u(x) dx$$

$$3-) \int [u(x) + v(x)] dx = \int u(x) dx + \int v(x) dx$$

$$4-) \int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1}, \text{ when } n \neq -1$$

$$5-) \int u^{-1} du = \int \frac{1}{u} du = \ln u + c$$

$$6-) \int \frac{c}{ax+b} dx = \frac{c}{a} \ln|ax+b| + c$$

INTEGRALS

Log & Exponential Functions

تکامل اللوغاریتمی والاعزبہ واللوغاریتمیہ

$$1-) \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$2-) \int e^u du = e^u + c$$

$$3-) \int \ln x dx = x \ln x - x + c$$

$$4-) \int \log_a x dx$$

$$= x \log_a x - \frac{x}{\ln a} + c$$

INTEGRALS

Trigonometric Functions

$$1 \rightarrow \int \sin u \, du = -\cos u + c$$

$$2 \rightarrow \int \cos u \, du = \sin u + c$$

$$3 \rightarrow \int \tan u \, du = -\ln |\cos u| + c$$

$$4 \rightarrow \int \cot u \, du = \ln |\sin u| + c$$

$$5 \rightarrow \int \sec u \, du = \ln |\sec u + \tan u|$$

$$6 \rightarrow \int \csc u \, du = -\ln |\csc u + \cot u|$$

$$7 \rightarrow \int \sec^2 u \, du = \tan u + c$$

$$8 \rightarrow \int \csc^2 u \, du = -\cot u + c$$

$$9 \rightarrow \int \sec u \cdot \tan u \, du = \sec u + c$$

$$10 \rightarrow \int \csc u \cdot \cot u \, du = -\csc u + c$$

محکمہ صائمہ اور فریڈم

INTEGRALS

Inverse Trigonometric Functions

تکامل معکوس الدوال المثلثية

$$1-) \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$2-) \int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{u}{a} + c$$

$$3-) \int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left| \frac{u}{a} \right| + c$$

INTEGRALS

Hyperbolic Functions

تكامل الدوال الزائدية

$$1-) \int \sinh u \, du = -\cosh u + c$$

$$2-) \int \cosh u \, du = \sinh u + c$$

$$3-) \int \operatorname{sech}^2 u \, du = \operatorname{tanh} u + c$$

$$4-) \int \operatorname{csch}^2 u \, du = -\operatorname{coth} u + c$$

$$5-) \int \operatorname{sech} u \cdot \operatorname{tanh} u \, du = -\operatorname{sech} u + c$$

$$6-) \int \operatorname{csch} u \cdot \operatorname{coth} u \, du = -\operatorname{csch} u + c$$

INTEGRALS

Inverse Trigonometric Functions

$$1-) \int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}} = \sinh^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$$

$$2-) \int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \cosh^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c$$

$$3-) \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} \tanh^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c & \text{if } u < a \\ \frac{1}{a} \coth^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + c & \text{if } u > a \end{cases}$$



$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a} \quad \text{prove that}$$

$$a^{\log_a x} = x \Rightarrow \ln a^{\log_a x} = \ln x \Rightarrow \log_a x (\ln a) = \ln x$$

$$\Rightarrow \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

محمد صالح الفراجي

محمد صالح الفراجي

مراسلونا عبر البريد الالكتروني

ahbabmuhammed@hotmail.com

ahbab_muhammed@yahoo.com

اونزومروا صفحتنا على الفيس بوك

محمد الفراجي

+9647801158002